ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2025-2026 УЧ. ГОД
Решения к заданиям заключительного этапа
9-11 класс
Вариант 1

Задание №1

Представим правую часть в виде $z = (x + y + 1)^2 + 2(y + 1)^2 + 1$. Тогда $min\, z$ будет при $y + 1 = 0$ и $x + y + 1 = 0$. Отсюда $min\, z = 1$, при $x = 0,\ y =- 1$

Ответ: 1

Задание №2

Пусть $a^x = y$, тогда $2y^3 - 3y^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (y - 1)^2\left(y + \frac{1}{2}\right) \geq 0$. Так как $y > 0$, то неравенство верно.

Задание №3

Запишем уравнение в виде:
$\cos cos\, x(1 + \cos cos\, x) + (1 - x) \sin sin\, x = 0 \Leftrightarrow (\cos cos\, x + 1)$ ($\cos cos\, x + \sin sin\, x - \cos cos\, x \sin sin\, x) = 0$. Отсюда следует, что либо $\cos cos\, x =- 1$, или $\cos cos\, x + \sin sin\, x - \cos cos\, x \sin sin\, x = 0$. В первом случае решение будет: $x = \pi + 2\pi k$. Во втором случае обозначим $\cos cos\, x + \sin sin\, x = \mathrm{a}$, и тогда получим равенство: $a^2 - 2a - 1 = 0$, т. е. $a = 1 \pm \sqrt{2}$. С учётом того, что $|\sin sin\, x|$, $|\cos cos\, x|$ меньше единицы или равны единице, получаем, что $\sin sin\, x + \cos cos\, x = 1 - \sqrt{2}$. Тогда
$\sin sin\, x + \sin sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \cos cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \pm$ arcco

Ответ: $\left\{\pi + 2\pi k,\ \frac{\pi}{4} \pm \arccos\ arccos\left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi l,\ k, l \in Z\right\}$

Задание №4

ОДЗ $x \leq -1;\ x \geq 2$. Будем решать неравенство обобщенным методом интервалов. Наше неравенство имеет вид $\frac{u_1 \cdot u_2}{v_1 \cdot v_2} > 0$, где все множители $u_1,\ u_2,\ v_1,\ v_2$ можно записать в виде: $t_1 - t_2$, где $t_1 \geq 0,\ t_2 \geq 0$. Так как неравенство $t_1 - t_2 \Leftrightarrow t_1^2 - t_2^2$, то множители в исходном неравенстве заменяем на знакосовпадающие с ними множители $t_1^2 - t_2^2$. Кроме того, что $|m|^2 = m^2$, то получим равносильное неравенство:

$$\frac{\left(|x-2|^2-\left(4+x^2\right)^2\right)\left((x+4)^2-\left(\sqrt{x^2-x-2}\right)^2\right)}{\left((1-x)^2-4^2\right)\left((3+x)^2-(x-5)^2\right)} > 0 \Leftrightarrow \frac{9\left(-x^2+x-6\right)\left(x^2+x+2\right)(x+2)}{16(-x-3)(5-x)(x-1)} > 0.$$

Квадратные трехчлены имеют D < 0, поэтому заменяя $-x^2 + x - 6$ на -1, а $x^2 + x + 2$ на 1, мы получим равносильное неравенство:

$$\frac{x+2}{(x+3)(x-5)(x-1)} < 0 \Leftrightarrow -3 < x <-2 \text{ или } 1 < x < 5.$$

А тогда, с учётом ОДЗ,

ответ: $-3 < x <-2;\ 2 \leq x < 5$

Задание №5

Покажем, что первое число меньше второго: $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} < 3$.

Имеем:

$$\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 \vee \left(3 - \sqrt{3}\right)^3 \Leftrightarrow \left(2 \vee 27 - 27\sqrt{3} + 27 - 3\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow \left(30\sqrt{3} \vee 52\right) \Leftrightarrow \left(\left(15\sqrt{3}\right)^2 \vee 26^2\right)$$

, что и требовалось доказать.

Ответ: первое число меньше второго.

Задание №6

Пусть L — середина ребра BB_1, K — середина диагонали AC. Поскольку $BC = AD = B_1C$, то треугольник BCB_1 равнобедренный, $LC\perp BB_1$. А так как $BB_1\| AA_1$, то $BB_1 \perp AC$. Значит, отрезок BB_1 перпендикулярен плоскости ACL. Нам требуется доказать, что отрезки BB_1 и DB_1 перпендикулярны. Это так, поскольку отрезок DB_1 параллелен отрезку KL, лежащему в плоскости ACL.

Задание №7

В остроугольном треугольнике квадрат любой стороны меньше, чем сумма квадратов длин двух других сторон. Поэтому имеем:

$$b^2 - a^2 < c^2 < a^2 + b^2 \Leftrightarrow 96 < c^2 < 146 \Rightarrow \sqrt{96} < c < \sqrt{146}.$$

Между числами $\sqrt{96}$ и $\sqrt{146}$ лежит только одно натуральное нечетное число. Это число 11. Поэтому $c = 11$, а значит треугольник равнобедренный: $c = b = 11$.

А тогда проекция стороны с на основание а равна половине а, т.е.

Ответ: $\frac{5}{2}$

Задание №8

Обозначим: $\left(\sqrt{65} + 8\right)^3 = a$. Тогда имеем

$$a = \left(\frac{\left(\sqrt{65}+8\right)\left(\sqrt{65}-8\right)}{\sqrt{65}-8}\right)^3 = \frac{1}{\left(\sqrt{65}-8\right)^3}.$$

Рассмотрим разность $a - \frac{1}{a} = \left(\sqrt{65} + 8\right)^3 - \left(\sqrt{65} - 8\right)^3$. Пользуясь формулами $(x + y)^3$ и $(x - y)^3$, получим, что $a - \frac{1}{a}$ есть целое число.

Следовательно, десятичные знаки после запятой в числах a и $\frac{1}{a}$ совпадают.

Покажем, что первые три десятичных знака после запятой числа $\frac{1}{a} = \frac{1}{\left(8+\sqrt{65}\right)^3}$ равны нулю. Имеем $\frac{1}{\left(\sqrt{65}+8\right)^3} < \frac{1}{10^3}$

Так как у числа $\frac{1}{10^3}$ первые два знака после запятой равны нулю, а первая цифра, которая не равна нулю, есть 1, то у числа меньшего чем 10^{-3} первые три знака после запятой равны нулю, что и требовалось доказать.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2025-2026 УЧ. ГОД
Решения к заданиям заключительного этапа
9-11 класс
Вариант 2

Задание №1

Представим правую часть в виде $z = (2x + y + 1)^2 + 2(y - 1)^2 + 2$. Отсюда следует, что $min\, z = 2$ при $y - 1 = 0$ и $2x + y + 1 = 0$. Значит $min\, z = 2$, при $x = -1,\ y = 1$

Ответ: 2

Задание №2

Имеем

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = \left(x + y - \sqrt{xy}\right)\left(x + y + \sqrt{xy}\right).$$

Так как $x + y \geq 2\sqrt{xy} \geq \sqrt{x}y$, то достаточно проверить неравенство $x + y + \sqrt{xy} \leq 3\left(x + y - \sqrt{xy}\right)$. После приведения подобных членов его можно записать в виде: $2(x + y) \geq 4\sqrt{xy}$, что очевидно.

Задание №3

ОДЗ: $\{\cos cos\, x \neq 0\ \ \cos cos\, 3x \neq 0\ \ \cos cos\, 4x \neq 0$ Так как решения уравнения $\cos cos\, x\ = 0$ являются решениями уравнения $\cos cos\, 3x\ = 0$, то ОДЗ будет:

$x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi l}{3},\ x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4},\ l,\ n \in z$. Преобразуя исходное уравнение получим

$4x(x\ 3x\ - 1) =\ x\ - 3x \Leftrightarrow tg(4x)(tgx\, tg3x - 1)(tgx3x\ ++ 1) = (tgx - 3x\ )(tg$

. Решая первое равенство находим, что $x = \frac{\pi m}{4}$, а из второго равенства имеем: $\frac{tg3xx}{1+tgx3x} = 1 \Rightarrow tg2x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2},\ k \in z$. Нетрудно видеть, что это решение не лежит в ОДЗ, а из первого решения нужно выбросить точки $x = \frac{\pi}{2} + \pi m,\ m \in z.$ Таким образом, решение будет:

$\left\{ \frac{\pi m}{4},\ m \in z,\ \text{ кроме точек, }\ \text{где }\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in z \right\}$

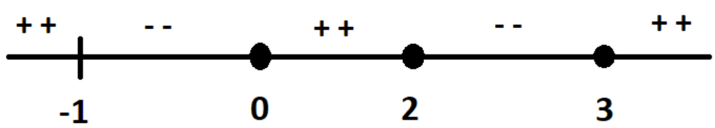
Ответ: $\left\{ \frac{\pi m}{4},\ m \in z,\ \text{ кроме точек, }\ \text{где }\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in z \right\}$

Задание №4

Переносим все члены неравенства влево и группируем. Получим:

$2^{2x}\left(x^2 - x - 2\right) + 9 \cdot 2^x\left(x + 2 - x^2\right) + 8\left(x^2 - x - 2\right) \leq 0 \Leftrightarrow$

$\left(x^2 - x - 2\right)\left(2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 8\right) \leq 0$. Находим корни множителей и наносим корни на числовую ось. Методом интервалов получим:



Ответ: $-1 \leq x \leq 0;\ 2 \leq x \leq 3$

Задание №5

Сравниваем эти числа: $3\sqrt[3]{33} \vee 2 + \sqrt{58}$

$\Leftrightarrow 27 \cdot 33 \vee 8 + 12\sqrt{58} + 6 \cdot 58 + 58\sqrt{58} \Leftrightarrow 27 \cdot 33 - 8 - 6 \cdot 58 \vee 70\sqrt{58} \Leftrightarrow 535 \vee 70\sqrt{5}$

$(107^2 \vee 14^2 \cdot 58) \Leftrightarrow 11449 \vee 11368 \Rightarrow$ первое число больше второго.

Ответ: первое число (слева) больше второго (справа).

Задание №6

Пусть $OABCO_1B_1C_1$ данный параллелепипед. Введем векторы $\overline{a} = \overline{OA},\ \overline{b} = \overline{OO_1},\ \overline{c} = \overline{OC}$. Тогда диагонали параллелепипеда задаются векторами $\overline{B_1O} =- \overline{a} - \overline{b} - \overline{c}, \overline{O_1B} = \overline{a} - \overline{b} + \overline{c}, \overline{AC_1} =- \overline{a} + \overline{b} + \overline{c},$

$\overline{CA_1} = \overline{a} + \overline{b} - \overline{c}$. Сумма этих векторов равно нулю. Значит по неравенству треугольника ни один из них не может быть длиннее, чем сумма длин остальных трех. А поэтому:

Ответ: нет, не могут

Задание №7

По теореме косинусов для остроугольного треугольника имеет место неравенство: $b^2 - a^2 < c^2 < a^2 + b^2 \Leftrightarrow 16 < c^2 < 34 \Rightarrow 4 < c < 6$. Так как с — целое натуральное число, то с = 5.

А тогда периметр треугольника равен 13.

Ответ: 13

Задание №8

Обозначим: $\frac{1}{\left(\sqrt{65}-8\right)^5} = a$. Тогда $\frac{1}{a} = \left(\sqrt{65} - 8\right)^5$. Далее имеем:

$$\left(\frac{\left(\sqrt{65}+8\right)}{\left(\sqrt{65}-8\right)\left(\sqrt{65}+8\right)}\right)^5 = a = \left(\sqrt{65} + 8\right)^5.$$

Рассмотрим разность $a - \frac{1}{a} = \left(\sqrt{65} + 8\right)^5 - \left(\sqrt{65} - 8\right)^5$. По формуле бинома Ньютона возведем в пятую степень. Получим, что $a - \frac{1}{a}$ — целое число, так как все члены, содержащие нечетные степени множителя $\sqrt{65}$ взаимно сокращаются. Значит все десятичные знаки после запятой чисел a и $\frac{1}{a}$ полностью совпадают. С другой стороны, число $\frac{1}{a} = \frac{1}{\left(\sqrt{65}+8\right)^5} < \frac{1}{10^5}$. Так как $\sqrt{65} + 8 > 16$. Так как у числа 10^{-5} первые 4 знака после запятой равны нулю, а первая цифра, не равная нулю, есть 1, то в числе $\frac{1}{a}$ меньше чем 10^{-5}, по крайней мере, первые пять знаков после запятой будут равны нулю, что и требовалось доказать

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2025-2026 УЧ. ГОД
Решения к заданиям заключительного этапа
9-11 класс
Вариант 3

Задание №1

Представим правую часть в виде $z = (x - 2y + 2)^2 + (y - 2)^2 + 3$. Тогда $min\, z$ будет, если $y = 2$, $x - 2y + 2 = 0$.

Ответ: 3

Задание №2

Рассмотрим очевидные неравенства:

$\frac{1}{2}\left(a^2 + b^2\right) \geq ab$, $\frac{1}{2}\left(b^2 + c^2\right) \geq bc$, $\frac{1}{2}\left(c^2 + a^2\right) \geq ca$. Складывая эти неравенства, получим неравенство $(a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ac)$. Из условия, что $\sqrt{xyz} = xy + yz + zx$ следует, что

$xyz = (xy + yz + zx)^2 \geq 3(xy \cdot yz + yz \cdot zx + zx \cdot xy) = 3xyz(x + y + z)$.

Сокращая на xyz, получим требуемое.

Задание №3

Имеем:

$\sin sin\, x(1 + \sin sin\, x) + \cos cos\, x(1 - \sin sin\, x)(1 + \sin sin\, x) = 0 \Leftrightarrow (1 + \sin$

. Следовательно: $\sin sin\, x = - 1$,

$x =- \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ или $\sin sin\, x + \cos cos\, x - \sin sin\, x \cos cos\, x = 0.$

Полагая $\sin sin\, x + \cos cos\, x = a$, получим, что

$a - \frac{a^2-1}{2} = 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 1 = 0,\ a = 1 \pm \sqrt{2}$, но

$\sin sin\, x + \cos cos\, x < 2,$ поэтому

$\sin sin\, x + \cos cos\, x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \cos cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \Longrightarrow$

Ответ: $\left\{- \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ \frac{\pi}{4} \pm \arccos\ arccos \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi m,\ k, m \in z\right\}$

Задание №4

Обозначим: $2^x = y > 0.$ Тогда имеем:

$\left(\frac{1-y}{\sqrt{1-y^2}+y-1} + \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}} \geq \frac{1+\sqrt{1-y^2}}{y}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{1-y}{\sqrt{(1-y)(1+y)}-(1-y)} + \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1+y}-\sqrt{1-y}} \geq \frac{1+\sqrt{(1-y)(1+}}{y}\right.$

,

что верно для y ∈ ОДЗ, Так как $y < 1$, то ответ $x < 0$

Задание №5

Сравниваем вначале числа: $3 + 2\sqrt{2}$ и $\sqrt{34}$. Оба числа положительны, поэтому

$3 + 2\sqrt{2} \vee \sqrt{34} \Leftrightarrow \left(3 + 2\sqrt{2}\right)^2 \vee 34 \Leftrightarrow 9 + 12\sqrt{2} + 8 \vee 34 \Leftrightarrow 12\sqrt{2} \vee 17 \Leftrightarrow \left(12\sqrt{2}\right)^2 \vee 17^2$

Так как

$\sqrt{3} < \sqrt{3,1}$, то $288 + \sqrt{3} < 289 + \sqrt{3,1}$

Ответ: первое число меньше второго.

Задание №6

Обозначим $\overline{AB} = \overline{b},\ \overline{AC} = \overline{c}, \overline{AD} = \overline{d}$. Тогда

$\overline{BD} = \overline{d} - \overline{b},\ \overline{BC} = \overline{c} - \overline{b},\ \overline{CD} = \overline{d} - \overline{c}$. Векторы идущие по медианам, равны

$\overline{AE} = \frac{1}{2}(\overline{b} + \overline{c})$ и $\overline{AF} = \frac{1}{2}(\overline{b} + \overline{d})$. Тогда условия, что $AE \perp BD$ и $\overline{AF} \perp BC$ можно записать через скалярное произведение:

$(\overline{b} + \overline{c})(\overline{d} - \overline{b}) = 0$ и $(\overline{b} + \overline{d})(\overline{c} - \overline{b}) = 0$. Раскрыв скобки и вычтя из первого равенства второе, получим $2(\overline{b} \cdot \overline{d} - \overline{b} \cdot \overline{c}) = 0$,

т.е. $\overline{b}(\overline{d} - \overline{c}) = 0$. Это означает, что векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ перпендикулярны, что и требовалось доказать

Задание №7

Из теоремы косинусов для остроугольного треугольника следует, что $b^2 - a^2 < c^2 < a^2 + b^2 \Leftrightarrow 48 < c^2 < 80 \Leftrightarrow \sqrt{48} < c < \sqrt{80} \Rightarrow 6 < c < 9$. В этом интервале лежит единственное четное число 8. Поэтому $c = 8 \Longrightarrow$ треугольник равнобедренный.

Задание №8

Обозначим: $a = \frac{1}{(\sqrt{82}-9)^3}$. Тогда $\frac{1}{a} = (\sqrt{82} - 9)^3$. С другой стороны: $\left(\frac{(\sqrt{82}+9)}{(\sqrt{82}-9)(\sqrt{82}+9)}\right)^3 = (\sqrt{82} + 9)^3$. Поэтому разность $a - \frac{1}{a}$ будет равна:

$(\sqrt{82} + 9)^3 - (\sqrt{82} - 9)^3 = (\sqrt{82})^3 + 3\cdot82\cdot9 + 3\sqrt{82}\cdot9^2 + 9^3 - (\sqrt{82})^3 ++ 3\cdot82\cdot$

число $a - \frac{1}{a}$ является целым числом. Следовательно, десятичные знаки после запятой в числах a и $\frac{1}{a}$ совпадают. Покажем, что число $\frac{1}{a} = \frac{1}{(\sqrt{82}+9)^3}$ имеет три десятичных знака после запятой равные нулю. Действительно $\frac{1}{(\sqrt{82}+9)^3} < \frac{1}{(18)^3} < \frac{1}{10^3}$.

Так как в числе 10^{-3} первые два знака после запятой равны нулю, а первая цифра, которая не равна 0, есть 1. Значит, у числа меньшего 10^{-3} три первых знака после запятой равны нулю, что и требовалось доказать.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2025-2026 УЧ. ГОД
Решения к заданиям заключительного этапа
9-11 класс
Вариант 4

Задание №1

Функцию z можно записать в виде: $z = (x + 2y)^2 + (x+1)^2 + 2$. Отсюда следует, что $min\, z$ будет, при $x + 1 = 0$, и $x + 2y = 0$. Этот минимум z очевидно равен 2 при $x =- 1$ и $y = \frac{1}{2}$.

Ответ: 2

Задание №2

Поскольку $\frac{y^3}{x-y} > 0$, то достаточно доказать, что верно неравенство $\frac{x^3}{x-y} \geq 4$. Домножим это неравенство на знаменатель ($x > y$!), перенесем все в левую сторону и воспользуемся тем, что

$$y \geq \frac{1}{x}: x^3 + 4y - 4x \geq x^3 + \frac{4}{x} - 4x \geq 2\sqrt{x^3 \cdot \frac{4}{x}} - 4x = 0,$$

что и требовалось доказать.

Задание №3

ОДЗ: $\cos cos\, x \neq 0,\ \ \cos cos\, 2x \neq 0,\ \ \cos cos\, 3x \neq 0$. Так как корни уравнения $\cos cos\, x = 0$ являются корнями уравнения $\cos cos\, 3x = 0$, то ОДЗ будет $\cos cos\, 2x \neq 0,\ \cos cos\, 3x \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2},\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3},\ n,\ k \in z$

Теперь преобразуем исходное уравнение:

$$\sin sin\, x\left(\frac{2x}{\cos cos\, x \cos cos\, 2x} + \frac{1}{\cos cos\, 2x \cos cos\, 3x}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin sin\, x(2\cos cos\, x \cos cos\, 3x + 1)}{\cos cos\, 2x \cos cos\, 3x} = 1 \Leftrightarrow$$

.

Найденные значения x располагаем на единичной окружности. Из них надо выкинуть $\frac{3\pi}{4} + \pi k$ — они недопустимы.

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}$, n**—целое число, кроме** $n = 3p - 1, p \in z$

Задание №4

Будем решать это неравенство методом замены множителей и методом интервалов:

$\frac{x(x+1)\left(\frac{x+2}{x+3}-2\right)\left(x^2-1\right)(99+x)}{\left(\left(x^2-x\right)-\left(1+x^2\right)^2\right)^2\cdot(2x-7)(2x+5)} > 0$. Здесь мы воспользовались соотношениями:

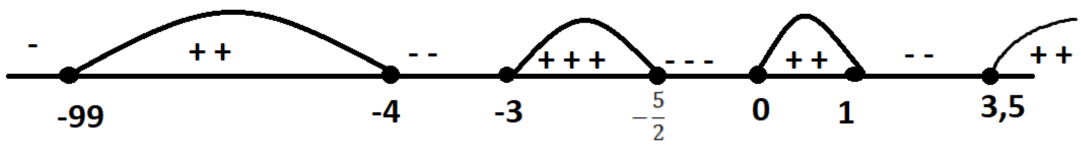
$a^{t_1} - a^{t_2} \Leftrightarrow \left(t_1 - t_2\right)(a - 1)$

$f \Leftrightarrow (f - 1)(a - 1)$

$f - g \Leftrightarrow f^2 - g^2$(при $f \geq 0$ и $g \geq 0$)

Далее получим: $\frac{x(x+4)(x-1)(x+99)}{\left(x^4+x^2+x+1\right)\left(x-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)(x+3)} > 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+4)(x-1)(x+99)}{\left(x-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)(x+3)} > 0$, так как множитель $x^2 + x^4 + x + 1 > 0$ везде.

Последнее неравенство решаем методом интервалов.



С учётом ОДЗ: $x \neq 0,\ x \neq \pm 1,\ x < 0,\ x > - 100$ получим

Ответ: $- 99 < x < - 4;\ \ - 3 < x < - 2,5; x > 3,5$

Задание №5

Сравниваем два числа: $\frac{8-\sqrt{85}}{3} \vee \frac{27-4\sqrt{66}}{9}$

$\Leftrightarrow 24 - 3\sqrt{85} \vee 27 - 4\sqrt{66} \Leftrightarrow \left(4\sqrt{66}\right)^2 \vee \left(3 + 3\sqrt{85}\right)^2 \Leftrightarrow 16\cdot 66 \vee 9 + 18\sqrt{85} + 9\cdot 85$

Отсюда получаем, что $3\sqrt{85} < 3\sqrt{100} = 30 < 47$, следовательно

$\frac{8-\sqrt{85}}{3} > \frac{27-4\sqrt{66}}{9}$

Ответ: первое число больше второго числа.

Задание №6

Введем систему координат так, чтобы взаимно перпендикулярные ребра были направлены по координатным осям, при этом D — начало координат. Пусть $\overline{n} = \alpha, \beta, \quad \cos cos\, \gamma$) единичный нормальный вектор к плоскости ABC. Тогда $s_{ABD} = s_{ABC} \cos cos\, \gamma$, $s_{BCD} = s_{ABC} \cos cos\, \alpha$, $s_{ACD} = s_{ABC} \cos cos\, \beta$. Тогда доказываемое равенство равносильно очевидному соотношению

$\alpha + \beta + \gamma = 1$

Задание №7

По теореме косинусов $b^2 - a^2 < c^2 < a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3 < c^2 < 5$. Так как $a = 1,\ b = 2,$ то $\sqrt{3} < c < \sqrt{5}.$ Отсюда следует, что так как с натуральное число, то с = 2. А тогда площадь треугольника ABC по теореме Герона равна $s = \frac{1}{4}\sqrt{15}$

Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{4}$

Задание №8

Обозначим: $a = \left(\sqrt{26} + 5\right)^7$. Тогда $\frac{1}{a} = \left(\sqrt{26} - 5\right)^7$.Из формулы бинома Ньютона вытекает, что разность чисел $a - \frac{1}{a}$ будет целым числом. А тогда десятичные знаки после запятой в числах a и $\frac{1}{a}$ совпадают. Так как

$\sqrt{26} > 5$, то число $\frac{1}{a} = \frac{1}{\left(\sqrt{26}+5\right)^7} < \frac{1}{10^7}$. Значит, у числа 10^{-7} первые шесть знаков после запятой равны нулю, а первая ненулевая цифра равна 1, то у числа меньшего 10^{-7} первые семь знаков после запятой будут нули, что и требовалось доказать.